

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА

МЕЛЬНИЧУК РОМАН СЕРГІЙОВИЧ

Допускається до захисту:

В.о. завідувача кафедри

прикладної математики та

кібербезпеки, доктор філософії з

математики

_____ Луценко А. В.

«__» _____ р.

СТВОРЕННЯ ЧИРП-МОДУЛЯЦІЇ У WI-FI ТРАНСМІТЕРАХ

Спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали

Кваліфікаційна (магістерська) робота

Науковий керівник:

Д. В. Чернов,

к.т.н., доцент,

доцент кафедри прикладної

математики та кібербезпеки

(підпис)

Оцінка : __/ __/ _____

(бали/за шкалою ЄКТС/за національною шкалою)

Голова ЕК: _____

(підпис)

АНОТАЦІЯ

Мельничук Р.С. Створення чирп-модуляції у Wi-Fi трансмітерах. Спеціальність 105 «Прикладна фізика та наноматеріали». Освітня програма «Технології інтернету речей». Донецький національний університет імені Василя Стуса. Вінниця, 2025.

У кваліфікаційній роботі проаналізовано проблеми крос-технологічного використання чирп-сигналів та Wi-Fi трансмітерів. Досліджено спектральні характеристики апроксимованого чирп-сигналу для використання у OFDM-системах. Встановлено, що ступінчатий чирп-сигнал є обмежено придатним для використання з даною метою через невідповідність стандартам спектральної маски Wi-Fi.

Ключові слова: ступінчатий чирп, спектр, сигнал, OFDM, піднесуча.

42 с., 8 рис., 2 дод., 20 джерел.

Melnychuk R.S. Creation of chirp modulation in Wi-Fi transmitters. Specialty 105 "Applied Physics and Nanomaterials". Educational program "Internet of Things Technologies". Vasyl Stus Donetsk National University. Vinnytsia, 2025.

The qualification work analyzes the problems of cross-technological use of chirp signals and Wi-Fi transmitters. The spectral characteristics of the approximated chirp signal for use in OFDM systems are studied. It is established that the stepped chirp signal is of limited suitability for use for this purpose due to non-compliance with the Wi-Fi spectral mask standards.

Keywords: stepped chirp, spectrum, signal, OFDM, subcarrier.

42 p., 8 fig., 2 appendices, 20 sources.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ.....	7
1.1 Загальні відомості про чирп-сигнал та модуляцію CSS.....	7
1.2 Загальні відомості про Wi-Fi.....	9
1.3 Методи модуляції/демодуляції у Wi-Fi	10
1.4 Проблеми конвергенції між CSS та Wi-Fi	12
1.5 Сучасні дослідження у сфері поєднання CSS та Wi-Fi.....	13
1.6 Висновки до розділу 1.....	14
РОЗДІЛ 2. РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОТОКОЛІВ.....	15
2.1 LoRa-FHSS	15
2.2 OFDM-чирплет	15
2.3 StepChirp	17
2.4 Оцінка подібності між StepChirp та ЛЧМ-сигналом	21
2.5 Порівняння сигналу з спектральною маскою Wi-Fi.....	25
2.6 Висновки до розділу 2.....	25
РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	26
3.1 Результати порівняння апроксимованих чирпів з лінійним та оцінка ефективності.....	26
3.2 Результати оцінки відповідності сигналу стандартам Wi-Fi маски.....	28
3.3 Інтеграція ступінчатого чирпа в OFDM-систему	29
3.4 Висновки до розділу 3.....	29
ВИСНОВКИ	30
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	31
ДОДАТОК А.....	34
ДОДАТОК Б.....	38

СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

BER (Bit Error Rate) - коефіцієнт бітових помилок, відношення кількості помилково прийнятих бітів до загальної кількості переданих бітів.

BPSK (Binary Phase Shift Keying) — двійкова фазова маніпуляція, метод модуляції з двома фазовими станами.

ССК-чінування (Complementary Code Keying) - модуляція з комплементарним кодуванням, метод кодування що використовує комплементарні коди для розширення спектра та підвищення швидкості передачі у стандарті Wi-Fi 802.11b.

CSS (Chirp Spread Spectrum) - модуляція з розширенням спектра на основі чирп-сигналів, яка використовує лінійну частотну модуляцію для передачі даних.

EVA (Extended Vehicular A) - розширена модель каналу для транспортних засобів, стандартизований профіль затримок багатопроменевого поширення для тестування систем мобільного зв'язку.

FFT (Fast Fourier Transform) - швидке перетворення Фур'є, ефективний алгоритм обчислення дискретного перетворення Фур'є для цифрового спектрального аналізу сигналів.

IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) - обернене швидке перетворення Фур'є, алгоритм перетворення сигналу з частотної області назад у часову, використовується для формування OFDM-символів.

LFM (Linear Frequency Modulation) - метод модуляції при якому миттєва частота сигналу змінюється лінійно в часі.

MMSE (Minimum Mean Square Error) - еквалайзер з мінімальною середньоквадратичною помилкою, метод компенсації спотворень каналу що мінімізує середню квадратичну похибку між переданим та відновленим сигналом.

OCDM (Orthogonal Chirp Division Multiplexing) - ортогональне мультиплексування з чирп-розділенням, метод передачі даних з використанням набору ортогональних чирп-сигналів як несучих.

PN-код (Pseudo-Noise) - псевдовипадкова послідовність бітів, що використовується для розширення спектра сигналу та забезпечення завадостійкості передачі.

QAM (Quadrature Amplitude Modulation) - квадратурна амплітудна модуляція, метод що поєднує зміну амплітуди та фази для передачі кількох бітів на символ.

QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) - квадратурна фазова маніпуляція, метод модуляції з чотирма фазовими станами, що передає 2 біти на символ.

Rayleigh - релєєвське завмирання, статистична модель багатопроменевого поширення сигналу за відсутності прямої видимості між передавачем та приймачем.

SNR (Signal-to-Noise Ratio) - відношення сигнал/шум, міра якості сигналу що визначає співвідношення потужності корисного сигналу до потужності шуму.

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. В епоху стрімкого розвитку інтернету речей все більшої популярності набувають міжтехнологічні комунікації, які дозволяють об'єднувати бездротовим зв'язком велику кількість різноманітних пристроїв, пристосованих для використання певних протоколів, що сприяє адаптивності, кращій взаємодії та масштабованості цілих мереж. Згідно з деякими прогнозами, кількість встановлених IoT-пристроїв досягне 40 млрд до кінця 2025 року [1], значну частину з яких складають пристрої на базі технології LoRaWAN.

В зв'язку з цим дедалі більшу зацікавленість викликає можливість поєднання протоколу LoRa та Wi-Fi на базі OFDM/OFDMA чи навіть застарілих DSSS та FHSS [2]. Такий гібрид міг би стати в нагоді в багатьох областях застосування в ролі шлюзу, базової станції тощо, поєднуючи частину переваг як LPWAN так і broadband мереж. Зважаючи на масовість та доступність Wi-Fi роутерів, можна припустити, що розвиток такого крос-технологічного протоколу може дати поштовх ще більш масовому їх використанню в мережах інтернету речей та відкриває перспективи подальшого зменшення кількості необхідних окремих пристроїв для різних протоколів зв'язку.

Ключовим питанням є можливість адаптації chirp-модуляції до ширококутної архітектури Wi-Fi. Більшість існуючих досліджень стосуються оптимізації та вдосконалення кожної з цих технологій окремо, і хоча деякі наукові роботи присвячені їх конвергенції, тим не менш, це питання все ще є недостатньо дослідженим і тому є перспективним напрямком.

Мета роботи полягає у вивченні можливостей поєднання принципів модуляції LoRa та Wi-Fi.

Об'єкт дослідження – процеси модуляції та демодуляції сигналів у бездротових системах зв'язку.

Предмет дослідження – методи поєднання CSS-модуляції LoRa та OFDM-модуляції Wi-Fi для створення гібридних систем передачі даних.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1 Загальні відомості про чирп-сигнал та модуляцію CSS

Чирп-сигнал відноситься до сімейства сигналів з розширеним спектром, в якому частота поступово надзвичайно швидко змінюється по всій ширині смуги, виділеної для каналу передачі згідно з певним законом. В англomовній літературі його часто називають «chirp» через схожість з пташиним щебетом [3]. По суті є лінійно-частотно модульованим коливанням, яке поділяють на висхідні чирпи, в яких частота лінійно зростає з часом від найнижчої до найвищої та на низхідні – в яких навпаки, частота лінійно спадає від найвищої до найнижчої. Завдяки своїм унікальним характеристикам набув широкого використання в різних галузях [4].

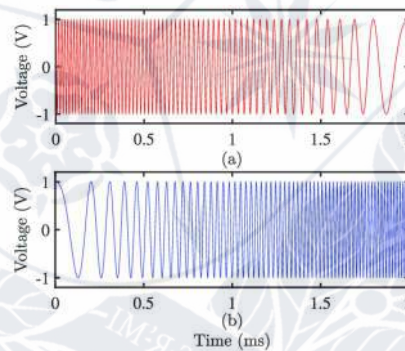


Рисунок 1.1 – Лінійне зменшення / збільшення частоти сигналу

Швидкість зміни частоти сигналу є важливим параметром, який впливає на швидкість передачі даних та розподіл енергії по ширині спектру, який можна задати рівнянням [5]:

$$k = \frac{BW}{T_s} \quad (1.1)$$

де BW - ширина каналу пропускання, а T_s – тривалість сигналу. Тому миттєва частота чирп-сигналу описується так:

$$f(t) = f_0 + k \cdot t, \text{ при цьому } t \in [0, T_S] \quad (1.2)$$

де f_0 – початкова частота сигналу. Таким чином, можна виразити фазову функцію сигналу наступним чином без врахування частотного зсуву [2]:

$$\varphi(t) = 2 \cdot \pi \cdot (f_0 \cdot t + \frac{k}{2} \cdot t^2) \quad (1.3)$$

Чирп-сигнал у комплексній формі без врахування частотного зсуву описується рівнянням:

$$s(t) = \exp^{j \cdot \varphi(t)} = \exp^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (f_0 \cdot t + \frac{k}{2} \cdot t^2)} \quad (1.4)$$

На практиці у системах LoRa для передачі корисної інформації чирп-сигнал модулюється шляхом зміщення початкової частоти на визначений частотний крок [6], який можна виразити як:

$$\Delta f = \frac{BW}{2^{SF}} \quad (1.5)$$

де SF – коефіцієнт розширення, який приймає значення від 7 до 12 та дозволяє передати 2^{SF} варіантів чирп-символів.

Оскільки чирп-сигнал для передачі одного символу використовує всю ширину спектру смуги, його спектральна ефективність є дуже низькою та обмежує швидкість передачі даних до кілобайтів. Цей недолік компенсується низькою спектральною щільністю, що дозволяє «розмазати» енергію переданого символу рівномірно по всьому спектру смуги, що дає високу завадостійкість та велику дальність передачі сигналу. А його фазова неперервність сприяє ефективній роботі підсилювачів без нелінійних спотворень [6].

Демодуляція приймачем кожного переданого чирп-символу називається дечирпінгом та полягає у множенні прийнятого сигналу на еталонний спряжений чирп-символ, таким чином прибираючи з рівняння сигналу квадратичну компоненту, лишаючи лише фазову та частотну складові [7]. Далі отриманий перетворений сигнал для спектрального аналізу проходить через перетворення Фур'є, в результаті чого отримується спектральний розподіл по частотах на біни, серед яких один має найбільше енергії – саме індекс цього біну відповідає індексу частотного зсуву модуляції отриманого символу.

1.2 Загальні відомості про Wi-Fi

Wi-Fi – це сімейство технологій бездротового зв'язку, що відповідають стандартам IEEE 802.11, які визначають як фізичний рівень передачі (радіосигнали), так і рівень керування доступом до середовища (MAC) для WLAN [1]. Спектр частот Wi-Fi охоплює загальнодоступні ISM-діапазони 2,4 ГГц, 5 ГГц та більш нові смуги [8], що дозволяє досягати теоретичної швидкості передачі від кількох мегабіт до декількох гігабіт на секунду залежно від варіанту стандарту та реалізації апаратного забезпечення.

Застосування Wi-Fi охоплює домашню автоматизацію, корпоративні бездротові мережі, гостьові точки в громадських місцях, а також критичні інфраструктури, зокрема лікарні та аеропорти, де завдяки високій надійності та розмаїттю топологій забезпечується безперервність бізнес-процесів [9].

На відміну від LoRa, Wi-Fi не має єдиної схеми модуляції, а складається з кількох поколінь, перше з яких, стандарт IEEE 802.11-1997 включав два альтернативні варіанти фізичного рівня на основі spread spectrum: частотне стрибкоподібне розширення спектру (FHSS) та пряме послідовне розширення спектру (DSSS), кожен із максимальними швидкостями 1–2 Мбіт/с у смузі 2,4 ГГц [10].

У подальших версіях стандарту Wi-Fi еволюціонував, використовуючи різні техніки модуляції для збільшення пропускної здатності:

- IEEE 802.11b (1999): 2,4 ГГц, 20 МГц; DSSS (BPSK/QPSK з розширенням Barker, CCK); до 11 Мбіт/с.
- IEEE 802.11a (1999): 5 ГГц, 20 МГц; OFDM (52 ортогональні піднесучі); до 54 Мбіт/с.
- IEEE 802.11g (2003): 2,4 ГГц, 20 МГц; OFDM (з підтримкою DSSS для сумісності); до 54 Мбіт/с.
- IEEE 802.11n (2009, Wi-Fi 4): 2,4/5 ГГц, 20/40 МГц; OFDM MIMO (до 4 просторових потоків); до 600 Мбіт/с.
- IEEE 802.11ac (2013, Wi-Fi 5): 5 ГГц, 20/40/80/160 МГц; OFDM MU-MIMO (до 8 потоків); до ~7 Гбіт/с.
- IEEE 802.11ax (2019, Wi-Fi 6): 2,4/5/6 ГГц, ширина до 160 МГц; OFDM + OFDMA, MU-MIMO; до ~9,6 Гбіт/с (покращена ефективність у багатокористувацьких сценаріях) [11].

Як видно, сучасні стандарти перейшли від технологій розширення спектра DSSS/FHSS до ортогонального частотного мультиплексування (OFDM) та його розширення OFDMA. Проте принципи FHSS і DSSS заклали основу надійності Wi-Fi-зв'язку, забезпечивши стійкість до перешкод і сумісність багатьох пристроїв у спільному частотному діапазоні.

1.3 Методи модуляції/демодуляції у Wi-Fi

Frequency-Hopping Spread Spectrum (FHSS) - метод, за якого передавач швидко змінює частоту несучого сигналу між багатьма дискретними значеннями в межах широкого діапазону. Зміна частоти відбувається за псевдовипадковою послідовністю, відомою і передавачу, і приймачу. Інформаційні біти перед передачею діляться на фрагменти (наприклад, групи біт або символи), кожен з яких передається на окремому частотному каналі. Таким чином, повідомлення

«розподіляється» у часі та частоті: замість одного потоку на фіксованій частоті, ми маємо чергування багатьох піднесучих із фрагментами даних, що забезпечує стійкість до вузькосмугових перешкод, вільну передачу різних сигналів одним каналом та безпеку - сигнал може виглядати як випадкові шуми на різних частотах, тому без відомого шаблону його важко ідентифікувати.

Для демодуляції приймач синхронізується з псевдовипадковою послідовністю частоти передавача та налаштовує свій тюнер відповідно до розкладу дзвінків. Під час кожного інтервалу він приймає сигнал на поточній частоті і виконує стандартну демодуляцію вузькосмугового сигналу [12].

Direct-Sequence Spread Spectrum (DSSS) - це метод, при якому кожен інформаційний біт замінюється на більш довгу послідовність бітів коду перед передачею. Ця псевдовипадкова послідовність має вигляд шумоподібного бінарного сигналу з більш високою швидкістю зміни, ніж оригінальна бітова послідовність. У передавача початкові дані модулюють несучу разом із «чип-кодом», який розтягує сигнал по частоті. Спектр сигналу при цьому розширюється – замість вузької смуги навколо несучої ми отримуємо широкосмуговий сигнал, «засмічений» псевдовипадковою складовою [13].

Демодуляція сигналу з прямим розширенням спектра базується на кореляційному детектуванні. Приймач перемножує вхідний широкосмуговий сигнал на той самий PN-код, що був у передавача, синхронізуючи множення з початком символів. Коли послідовність чіпів збігається з еталоном, на виході кореляції утворюється різко виражений імпульс (пік). Полярність цього піку (позитивний або негативний) визначає, який біт передано.

OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) - це метод модуляції, що передає цифрові дані на множині ортогональних піднесучих частот та дозволяє розбити один високошвидкісний потік даних на багато повільніших паралельних потоків, які модулюють багато піднесучих, завдяки чому може передавати сотні мегабайт та навіть гігабайти даних зберігаючи надійність. Канал шириною 20/40/80/160 МГц ділиться на велику кількість тонів (піднесучих), з яких більшість

передають корисні дані, а решта використовується для синхронізації та захисних інтервалів по краях спектру [14]. Далі піднесучі модулюються символами BPSK, QPSK або QAM, залежно від обраного модуляційно-кодового індексу (MCS). Після чого виконується зворотнє перетворення Фур'є, щоб сформувати із суми піднесучих часовий сигнал, який передається [9].

OFDMA є розширенням OFDM, яке дозволяє ділити піднесучі каналу на групи Resource Units, які призначені для передачі даних різними користувачами в одному каналі [14].

При демодуляції спочатку приймач синхронізує оцифрований аналоговий сигнал - визначає початок символу (за кореляцією з преамбулою) та усуває циклічний префікс. Далі на кожен символ застосовується FFT, яке розкладає його на складові по частотах - тобто виділяє амплітудно-фазові коефіцієнти для кожної піднесучої, по суті виконуючи обернену операцію до тої, що робив передавач, відновлюючи набір комплексних символів з прийнятого сумарного сигналу [15].

В OFDM дуже важливою є синхронізація частоти: навіть невелике розузгодження частоти передавача і приймача призводить до втрати ортогональності, що спричиняє міжсимвольну інтерференцію [16].

1.4 Проблеми конвергенції між CSS та Wi-Fi

CSS та Wi-Fi мають суттєво різні фізичні принципи та параметри модуляції сигналу, що є суттєвою перешкодою для прямого підлаштування існуючих апаратних засобів Wi-Fi для передачі ними чирп-сигналів. CSS використовує лише одну піднесучу в вузькому каналі розмірами 125, 250, 500 КГц, в якій чирп-символ лінійно змінюється по всіх частотах [17], тоді як OFDM використовує значно ширший канал пропускання в десятки МГц, який розбивається дискретні статичні тони, кожен з яких несе власну частину OFDM-символу. Таким чином маємо дві абсолютно різні несумісні за розмірами та параметрами частотні сітки. Довелося б переробити прошивку трансмітера для генерації лінійно-змінної опорної частоти

замість статичних множинних піднесучих та підтримувати широку смугу з рівномірною амплітудою на всій ширині діапазону.

Тривалість чирп-символу є в десятки разів довшою, ніж тривалість OFDM-символу, що в теорії змусило б трансмітер склеювати багато OFDM-символів, щоб досягнути тривалості чирп-символу, що руйнуватиме безперервність фази та частоти, породжуючи витоки спектру, та вимагатиме додаткових модифікацій алгоритму роботи протоколів.

1.5 Сучасні дослідження у сфері поєднання CSS та Wi-Fi

Наразі в науковій літературі існують зовсім небагато робіт, які вивчають можливість крос-технологічного використання Wi-Fi та CSS. А існуючі зосередженні на рішеннях, які використовують потенціал двох технологій лише частково, несуттєво покращуючи деякі характеристики передачі сигналів.

У роботі [18] автори показали, що за рахунок певної подібності між DSSS/CCK-чіпуванням у Wi-Fi 802.11b та LFM-чірпами в LoRa можна змусити застарілий Wi-Fi-трансмітер генерувати LoRa-сумісні сигнали: вихідною передумовою стала ідея, що обидві технології поширюють спектр сигналу лінійно змінюваною послідовністю, але проблема полягала в жорсткій прошивці та DSP-ланцюжку мережевих карт, які не дають доступу до базових I/Q-семплів. Щоб вирішити це, автор модифікував відкрите ПЗ для Atheros-чіпсета, додавши можливість інжекції довільних чіпів у PHY-рівень, розробив алгоритм мапінгу параметрів LoRa (ширина смуги, коефіцієнт розширення, кодова ставка) у набір DSSS/CCK-чіпів із потрібною тривалістю символу та налаштував преамбулу і таймінги згідно зі стандартом LoRa PHY; в результаті згенеровані чірпи успішно приймалися й декодувалися на звичайному LoRa-приймачі без зміни його апаратної частини, що демонструє певну життєздатність такого firmware-рівневого «workaround». Однак максимальна дальність дії цього рішення складає всього лише 300 м згідно з експериментальними даними, що не є оптимальним при доволі

високій ціні обладнання, необхідного для передачі таких сигналів та розв’язує лише проблему односторонньої передачі даних від Wi-Fi трансмітера до приймача LoRa.

У роботі [19] автори запропонували узагальнення принципів ортогональної багатонесучої модуляції (OFDM), замінивши класичне Фур’є-перетворення на дискретне перетворення Френеля (DFnT), щоб сформувати набір ортогональних чірп-сигналів, які охоплюють увесь спектр замість фіксованих піднесучих. Мета — створити систему, що зберігає структуру OFDM, але підвищує стійкість до багатопроменевого поширення завдяки «розмазуванню» символу по часу й частоті, подібно до того, як LoRa підвищує завадостійкість через лінійно-частотну модуляцію. Автор математично описав OCDM через DFnT, реалізував цифрову передавально-приймальну схему на базі звичайного OFDM-трансивера з мінімальними змінами (додавши фазові множники Θ_1 і Θ_2 навколо FFT/IFFT), запропонував два варіанти еквалізації — часову (TDE) та частотну (FDE), і показав, що остання дозволяє відновлювати символи однокомірковим (single-tap) фільтром. Результати симуляцій у каналах з багатопроменевим завмиранням (Rayleigh, EVA) показали, що OCDM перевершує OFDM за BER при середньому та високому SNR, особливо з MMSE-еквалайзером, зберігаючи при цьому сумісність із існуючим OFDM-обладнанням і помірну обчислювальну складність. На відміну від LoRa, OCDM не спрямований на збільшення дальності, енергоефективності чи завадостійкості — його сила саме у мультишляховій стійкості при високих швидкостях передачі, що робить концепцію потенційно придатною для практичного впровадження в системах 5G/6G покращення OFDM.

1.6 Висновки до розділу 1

У цьому розділі було розглянуто основні відомості про технології CSS та Wi-Fi, принципи їх модуляції для передачі інформації. Проаналізовано проблеми крос-технологічної конвергенції ними та досліджено сучасні дослідження, пов’язані з методами розв’язання даних проблем.

РОЗДІЛ 2. РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОТОКОЛІВ

Для практичної реалізації існують наступні напрямки досліджень:

- Розбиття каналу OFDM на чирплети з застосуванням фільтробанків та швидкого перетворення Фур'є.
- Створення Step-Chirp – ступінчастого чирпа, який змінюватиметься в частоті, використовуючи для цього тони.
- Інтеграція LoRa з FHSS – чирп-символ генеруватиметься на випадкових підсмугах замість частот.

2.1 LoRa-FHSS

Даний гібридний протокол ділить весь канал передачі сигналу не на множину піднесучих, а на множину підсмуг з певним частотним кроком, по який сигнал перестрибуватиме, генеруючи в кожній окремий чирп-символ. Це обмежить можливість розбивати один блок даних на будь-які частини, оскільки чирп-сигнал у LoRa-реалізації може передавати максимум 4096 варіантів даних, однак потенційно може покращити завадостійкість сигналу, оскільки тепер глушити будь-які частоти з підсмуг буде не так ефективно - чирп розподілятиме енергію так, що попри завади сигнал в кожній підсмузі приймач розпізнаватиме з високою вірогідністю.

2.2 OFDM-чирплет

Цей протокол передбачає розбиття всієї смуги OFDM-каналу на приблизно рівні підсмуги, через які паралельно передаватимуться чирп-символи. На відміну від OCDM, в якому через перетворення Френеля чирпи стають ортогональними та можуть передаватися паралельно в одній єдиній смузі пропускання, OFDM-чирплет гіпотетично може поєднати хороший рівень стійкості до шумів та кращу швидкість

передачі даних ніж у LoRa та знизить спектральну ефективність. Однак доведеться добре придушувати витік спектру у сусідні підсмуги, аби уникнути міжсимвольної інтерференції.

Запропонована наступна математична модель:

Нехай для заданої корисної смуги B необхідно побудувати багатоканальний сигнал, що складається з M підсмуг шириною B_m , у кожній з яких протягом інтервалу T передається один локальний лінійний чирп. Щоб фізично виділити підсмуги без взаємних завад, потрібні смужкові фільтри з малим витоком. Це зручно робити як поліфазний фільтр-банк (PFB) на основі одного прототипного НЧ-фільтра $h(t)$, який модуляцією переносимо в центри підсмуг. Позначимо центри підсмуг:

$$f_m = f_{min} + m \cdot B_m, \quad m = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (2.1)$$

Сигнал формуємо як суму фільтрованих та модульованих компонент:

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} (x_m(t) \star h(t)) \cdot e^{j \cdot \pi \cdot f_m \cdot t} \quad (2.2)$$

де $\star$ - згортка, $x_m(t)$ – базовий підсмуговий сигнал. Формула чирплет-атому (локального чирпа) приймає наступний вигляд:

$$c_m(t) = w(t) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(f_{m,0} \cdot t + \frac{k_m}{2} \cdot t^2 \right)}, \quad t \in [0, T] \quad (2.3)$$

Де $w(t)$ – віконна функція, $f_{m,0}$ – стартова частота усередині підсмуги, k_m – швидкість зміни частоти.

Канал передачі даних з імпульсною імпульсною характеристикою $g(t)$ та AWGN $n(t)$ можна описати рівнянням:

$$r(t) = (s \star g)(t) + n(t) \quad (2.4)$$

Аналіз-фільтрбанк та зсув у НЧ для підсмуги m :

$$y_m(t) = (r(t) \cdot e^{-j\pi \cdot f_m \cdot t}) \star h^*(t) \quad (2.5)$$

Ідеально (без перешкод сусідів) маємо в y_m лише компоненту підсмуги m (з урахуванням каналу).

Matched-filter (дечирп) у підсмузі m :

$$z_m = \int_0^T y_m(t) \cdot c_m^*(t) dt \quad (2.6)$$

2.3 StepChirp

Ступінчастий чирп є дискретною апроксимацією безперервного чирпа, ідея його використання в OFDM-каналі полягає в тому, що ми можемо використовувати піднесучі в якості сходинок спектру, в якому чирп-сигнал змінюватиме частоту. Подібно до того, як у FHSS сигнал змінює частоту, тільки тут не псевдовипадкова послідовність, а будь-яка множина частот, що можуть бути задані вручну або через певну залежність. Інтерес дослідження полягає в тому, чи можна в такий спосіб створити LoRa-подібний сигнал зі схожими властивостями при значно меншій частотній сітці.

Для даного варіанту запропоновано наступну математичну модель:

Нехай загальна смуга B , розбита на N піднесучих з кроком $\Delta f = B / N$. Нумерація $n=0..N-1$, частоти $f_n = f_0 + n\Delta f$. Блоковий інтервал (символ) триває T_s . Розділимо T_s на N рівних маленьких проміжків $\tau = T_s / N$. При цьому в момент $t \in [n\tau, (n+1)\tau)$ піднесуча f_n є активною. Рівняння ступінчастого чирпа набуває наступного вигляду:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} A \cdot \Pi\left(\frac{t-n\tau}{\tau}\right) \cdot e^{j2\pi \cdot f_n \cdot t}, \quad \text{при цьому } 0 \leq t < T_s \quad (2.7)$$

де $f_n = f_0 + n \cdot \Delta f$, $\Pi(\cdot)$ – прямокутна функція, τ — тривалість однієї сходинки, $T_s - N \cdot \tau$ – тривалість всього символу.

Такий чирп-сигнал матиме проблеми з ортогональністю через фазові стрибки, а також витоки спектру в сусідні піднесучі через такі дискретні розриви частоти й фази. Щоб покращити сигнал, можна зменшувати частотний крок Δf , таким чином збільшуючи кількість піднесучи та наближаючи сигнал до лінійного, використовувати вікна згладжування та накопичувати фазу на кожній піднесучій, не обнуляючи її кожного разу:

$$\varphi_{n+1}(t_0) = \varphi_n(t_0 + \tau) \quad (2.8)$$

Нехай фаза на n -ій сходинці – це сума всіх попередніх фазових приростів:

$$\phi(t) = 2 \cdot \pi \cdot [f_n(t - n \cdot \tau) + \sum_{k=0}^{n-1} f_k \cdot \tau], \quad t \in [n\tau, (n+1)\tau] \quad (2.9)$$

Якщо вмикати/вимикати тони прямокутним вікном, спектр матиме різкі межі, що спричиняє витоки, тому заміняємо $\Pi(\cdot)$ на вікно Hann $w(\cdot)$:

$$w(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot x)) & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad (2.10)$$

Для того, щоб можна було модулювати циклічним часовим зсувом чирп-сигнал, вводимо індекс зсуву m , який задає, з якої піднесучої ми починаємо обхід. Таким чином, першу частоту можна записати як:

$$f_n^{(m)} = f_0 + ((n + m) \bmod N) \cdot \Delta f \quad (2.11)$$

де $\bmod$ – оператор ділення по модулю N . Це дискретний аналог wrap-around – коли $n + m$ виходить за межі, індекс «згортається» назад до 0. Таким чином, після

підстановки накопичення фази та частотного зсуву, отримуємо результуюче рівняння:

$$s_m(t) = \quad (2.12)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} w\left(\frac{t - n \cdot \tau}{\tau}\right) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot [f_0 + ((n+m) \bmod N) \cdot \Delta f] \cdot (t - n\tau) + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sum_{k=0}^{n-1} [f_0 + ((k+m) \bmod N) \cdot \Delta f] \cdot \tau}$$

Зробимо підстановку скороченого позначення частотного зсуву $f_n^{(m)}$ та отримаємо компактніше загальне рівняння:

$$s_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w\left(\frac{t - n \cdot \tau}{\tau}\right) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left[\sum_{k=0}^{n-1} f_k^{(m)} \cdot \tau + f_n^{(m)} \cdot (t - n \cdot \tau) \right]} \quad (2.13)$$

Після проходження каналом сигнал на вході приймача:

$$r(t) = s_m(t - t_0) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_d \cdot t} + n(t) \quad (2.14)$$

де t_0 – можлива затримка, f_d – доплерівський зсув, $n(t)$ – шум, $s_m(t)$ – переданий ступінчатий чирп.

Спочатку виконується синхронізація сигналу за часом по преамбулі відомих степ-чирпів, далі оцінка та компенсація частотного зсуву, після цього рівняння прийнятого сигналу набуває вигляду:

$$r(t) = s_m(t) + n(t) \quad (2.15)$$

Демодуляція проводиться за допомогою кореляції прийнятого сигналу з набором еталонних чирпів, зсунутих по частоті (тобто з різними індексами m). Для

кожного можливого символу m' приймач будує еталонний сигнал $s_{m'}(t)$ та обчислює скалярний добуток:

$$C[m'] = \int_0^{T_s} r(t) \cdot s_{m'}^*(t) dt \quad (2.16)$$

підставляємо $r(t) = s_{m'}(t)$:

$$C[m'] = \int_0^{T_s} s_m(t) \cdot s_{m'}^*(t) dt \quad (2.17)$$

виконуємо дискретну апроксимацію:

$$C[m'] \approx \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n \cdot \tau}^{(n+1) \cdot \tau} s_m(t) \cdot s_{m'}^*(t) dt \quad (2.18)$$

Знаходимо максимум по модулю кореляції, щоб визначити переданий символ:

$$\hat{m} = \arg \max_{m'} |C[m']| \quad (2.19)$$

Альтернативно можна використати швидку згортку – коли ми домножаємо сигнал на комплексно спряжений еталон базового чирпа $s_0^*(t)$, то частотний зсув, закодований в символі m , перетворюється в частотний пік:

$$r'(t) = r(t) \cdot s_0^*(t) \quad (2.20)$$

далі виконуємо перетворення Фур'є та знаходимо індекс демодульованого символу:

$$R'(f) = FFT\{r'(t)\} \quad (2.21)$$

2.4 Оцінка подібності між StepChirp та ЛЧМ-сигналом

Щоб зрозуміти, чи можна використовувати ступінчатий чирп в Wi-Fi трансмітерах замість класичного, необхідно створити симуляції для порівняння подібності між їхніми спектрами. Для подальшого дослідження властивостей ступінчатого чирпа було вирішено порівняти 2 його версії: перша – з фіксованою кількістю періодів на кожен піднесучу, друга – з фіксованою тривалістю кожного ступеня, щоб з'ясувати, які параметри сигналу даватимуть йому кращу ефективність.

Спочатку було побудовано модель першої версії в середовищі Simulink, як показано на рис. 2.1. Для цього було використано Repeating Sequence - блок, який видає заздалегідь задані значення частоти в заздалегідь задані моменти часу; було пораховано вручну вектори часу й частот, оскільки для кожного наступного ступеню в сигналі час зменшується пропорційно. Блок Gain 2π перетворює частоту з герців у кутову швидкість (радіани на секунду), оскільки для генерації синусоїди потрібна саме кутова швидкість $\omega = 2\pi f$. Integrator накопичує фазу $\phi = \int \omega dt$, яка показує поточне положення на синусоїді - фаза постійно зростає, і швидкість її зростання визначається частотою. $\text{mod } 2\pi$ обмежує фазу в межах одного повного оберту ($0-2\pi$ радіан), запобігаючи накопиченню величезних чисел, що могли б спричинити числові помилки, адже $\sin(\phi) = \sin(\phi + 2\pi k)$ для будь-якого цілого k . $\sin$ обчислює синус від фази, генеруючи фінальний сигнал з амплітудою від -1 до +1. Scope дозволяє дослідити візуалізацію згенерованого сигналу у часовому домені. Zero Order Hold утримує значення сигналу константним між двома моментами дискретизації, що є необхідною умовою для роботи Spectrum Analyzer, блоку, який дозволяє аналізувати сигнал в частотному домені.

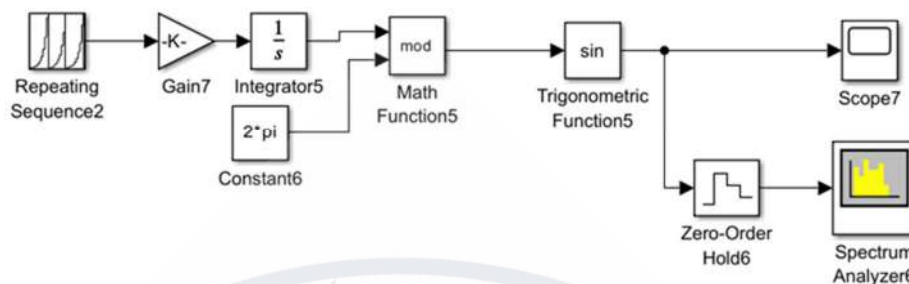


Рисунок 2.1 – Модель ступінчатого чирп-сигналу з фіксованою кількістю періодів

Далі було побудовано схему для другого варіанту. Тут Clock видає поточний час симуляції t , який безперервно зростає від нуля. Gain: $1/T_step$ ділить час на тривалість одного ступеня, перетворюючи час у "кількість пройдених ступенів". Rounding Function: floor округлює це число вниз до цілого, відкидаючи дробову частину, таким чином створюється ступінчастий сигнал номерів ступенів (0, 1, 2, 3...), де кожен номер тримається рівно T_step секунд. Gain: Δf множить номер ступеня на крок частоти, перетворюючи номери 0, 1, 2, 3... у зміщення частот 0, 312.5, 625, 937.5... Гц. Add з Constant: f_0 додає початкову частоту до зміщення, отримуючи фінальні частоти ступенів — якщо $f_0 = 312.5$ Гц, то результат буде 312.5, 625, 937.5, 1250... Гц. Gain: 2π перетворює частоту в герцах у кутову швидкість в радіанах на секунду за формулою $\omega = 2\pi f$. Integrator накопичує фазу $\phi = \int \omega dt$, де швидкість накопичення залежить від поточної частоти. mod 2π обмежує фазу в межах $0-2\pi$, запобігаючи числовому переповненню при тривалій симуляції. sin обчислює синус від фази, генеруючи фінальну синусоїду. Scope, Zero Order Hold та Spectrum Analyzer виконують всі ті ж функції, що й у попередній моделі.

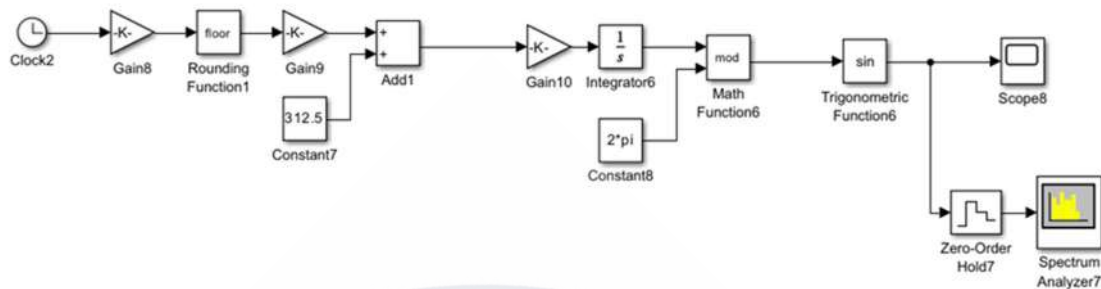


Рисунок 2.2 – Модель ступінчатого чирп-сигналу з фіксованою тривалістю ступенів

Третя модель – це проста схема класичного чирпа, що складається з вбудованого блоку Chirp Signal, що генерує сигнал з обраними початковою та кінцевою частотами, визначеною тривалістю генерації та sweep сигналу, а також Scope та Spectrum Analyzer.

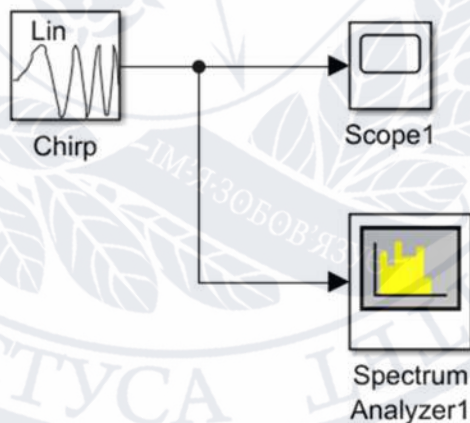


Рисунок 2.3 – Модель класичного чирп-сигналу

Згідно зі стандартами, чирп передається на достатньо високих частотах, створити повноцінну симуляцію яких не є можливим з наявним апаратним забезпеченням через необхідність зберігати величезну кількість даних при високих значеннях параметру дискретизації, тому було вирішено в рамках дослідження

верхню межу частот до 20 КГц, що є цілком достатнім для експерименту. Крім того канал не відцентровується навколо головної несучої, як це було би в реальних умовах, тому сигнал переходить від passband до baseband, що ніяк не впливає на результат експерименту.

Для коректного відображення згенерованого сигналу у часовому та частотному доменах в середовищі MATLAB необхідно встановлювати коректне значення параметру Stop Time. Для кожного варіанту чирпа було обрано свою тривалість сигналу.

Для сигналу з фіксованою кількістю періодів значення було розраховано за допомогою скрипта, оскільки було вирішено для більшої подібності до OFDM-системи створити 64 градації, які слугуватимуть ступенями для чирпа. Сума тривалості всіх ступенів становить 0.152 секунди, що було взято за тривалість сигналу.

Для сигналу з фіксованою тривалістю ступенів було встановлено тривалість 0.2048 секунди, що дорівнює 0.0032 секунди тривалості одного ступеня, який має щонайменше один повний період при мінімальній початковій частоті.

Параметр Max step size відповідає за максимальний крок часу між обчисленнями в симуляції та залежить від частоти сигналу та частоти дискретизації [20], для обох варіантів сигналу було обрано значення $2.5e-6$.

Далі було створено скрипт, що порівнює спектральні характеристики обох типів чирп-сигналу, отриманих з Simulink симуляції. Для того, щоб передавати дані симуляції у скрипт, в параметрах блоків Scope було увімкнене логування, що вивантажує дані у Workspace MATLAB. Отже, завантаження сигналів з Workspace, виконується FFT перетворення обох сигналів щоб отримати їх частотні спектри і вираховується спектральна щільність потужності у децибелах. Далі скрипт будує графіки у часовому та частотному доменах, після чого обчислює чотири ключові метрики:

- ширину смуги - вимірює скільки кілогерц займає основна частина енергії сигналу (де потужність падає не більше ніж на 3 dB від піку);

- PAPR - співвідношення пікової до середньої потужності;
- спектральну ефективність - який відсоток загальної енергії знаходиться в основній смузі ;
- рівень бічних гармонік - наскільки сильні небажані частотні компоненти поза основною смугою.

2.5 Порівняння сигналу з спектральною маскою Wi-Fi

Щоб проаналізувати придатність використання чирпа з фіксованою тривалістю ступенів для використання у Wi-Fi трансмітерах, необхідно оцінити його відповідність спектральній масці. Для цього було створено скрипт, який завантажує два сигнали з Simulink (лінійний і ступінчатий чирп), робить їх FFT для отримання спектрів, і вимірює ширину смуги (bandwidth на рівні -3 dB від піку) та рівень бічних гармонік (небажаних частотних компонент поза основною смугою).

Оскільки розглядається baseband сигнал, що працює в діапазоні 0-20 kHz, а WiFi канал займає 20 MHz, скрипт масштабує всі виміри у 1000 разів ($20 \text{ MHz} / 20 \text{ kHz} = 1000\times$) щоб відобразити реальну ситуацію після upconversion на RF частоту. Потім порівнюються масштабовані параметри з спектральною маскою WiFi та будуються графіки.

2.6 Висновки до розділу 2

У даному розділі було окреслено 3 теоретичні напрямки поєднання Wi-Fi та CSS з детальним описом їх роботи та розроблено математичні моделі для двох з них. Проведено оцінку подібності між апроксимованим чирп-сигналом та лінійним чирп-сигналом та проаналізовано відповідність ступінчатого сигналу з фіксованою тривалістю періодів стандартам спектральної маски Wi-Fi засобами MATLAB та Simulink.

РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

В результаті проведення досліджень вдалося створити математичні моделі для двох теоретичних гібридних протоколів, що здатні поєднати властивості Wi-Fi та LoRa систем – чирплети та ступінчасті чирпи на базі OFDM.

3.1 Результати порівняння апроксимованих чирпів з лінійним та оцінка ефективності

Аналіз симуляцій двох варіантів ступінчастого чирпа показує явну перевагу сигналу з фіксованою тривалістю ступенів. На рисунку 3.1 видно його високу подібність спектру з лінійним чирпом.

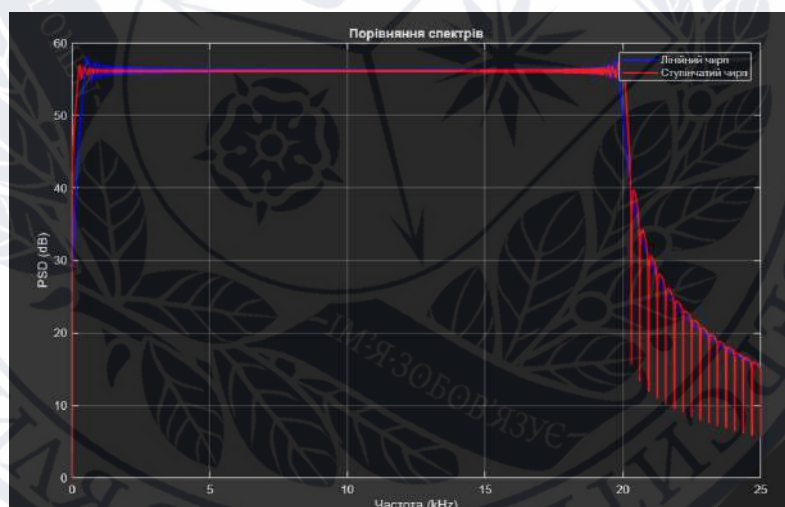


Рисунок 3.1 – Спектральна подібність лінійного та апроксимованого сигналу з фіксованою тривалістю ступенів

Спектр сигналу з фіксованою кількістю періодів загалом має серйозні відмінності, як видно на рис. 3.2 від лінійного та є малопридатним для потенційного застосування в OFDM-системах. Обидва сигнали мають приблизно однаковий рівень пікової до середньої потужності, а рівень бічної гармоніки кращий у сигналу з фіксованими ступенями та становить -3.19 дБ проти -3.01 дБ у іншого варіанту.

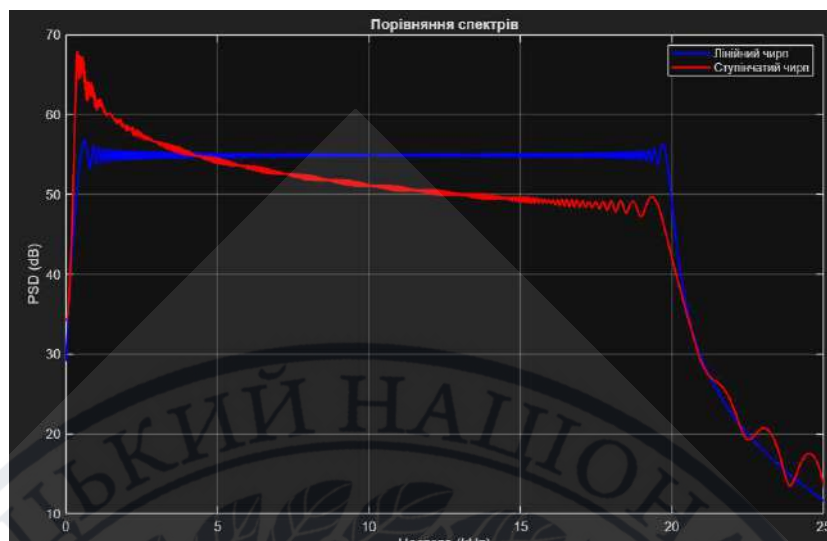


Рисунок 3.2 – Спектральна подібність лінійного та апроксимованого сигналу з фіксованою кількістю періодів

На рис. 3.3 зображено різницю у ширині смуги між двома ступінчастими чирпами – метриці, що показує, скільки кілогерц займає основна частина сигналу, де потужність падає не більше ніж на 3 dB від піку. Проблема полягає в тому, у сигналу, який генерує ступені з фіксованою кількістю періодів на кожен, більшість енергії концентрується саме на перших найнижчих частотах через те, що ступені найнижчих частот мають найбільшу тривалість в часі, на відміну від іншого сигналу, в якого через рівномірну тривалість всіх ступенів, енергія розподілена приблизно рівномірно між різними частотними градаціями.

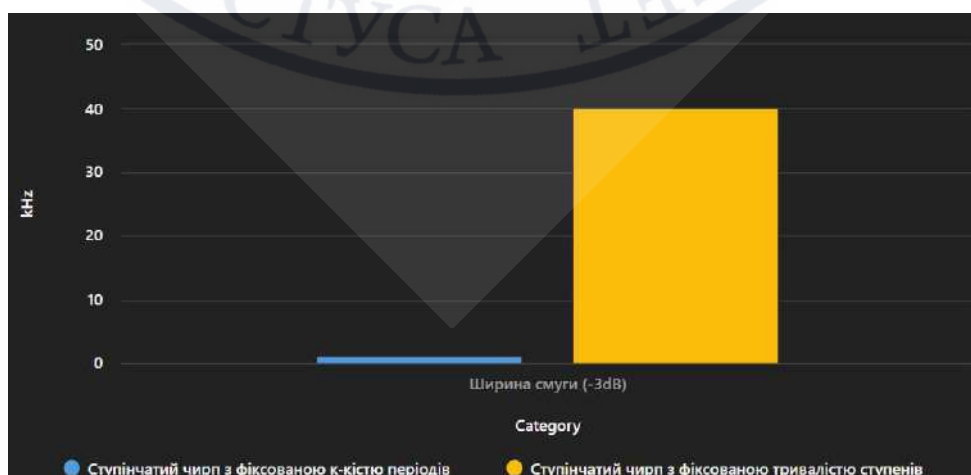


Рисунок 3.3 – Діаграма ефективності використання ширини каналу сигналами

Завдяки рівномірному розподілу енергії спектральна ефективність чирпа з однаковими ступенями становить близько 99.48%, а для чирпа з фіксованими періодами – лише близько 18.68%.

3.2 Результати оцінки відповідності сигналу стандартам Wi-Fi маски

За результатами тестів виявлено, що бічні гармоніки чирп-сигналу є занадто високими та становлять -3 dB при дозволеному рівні -20 dB, як видно на рис. 3.4:

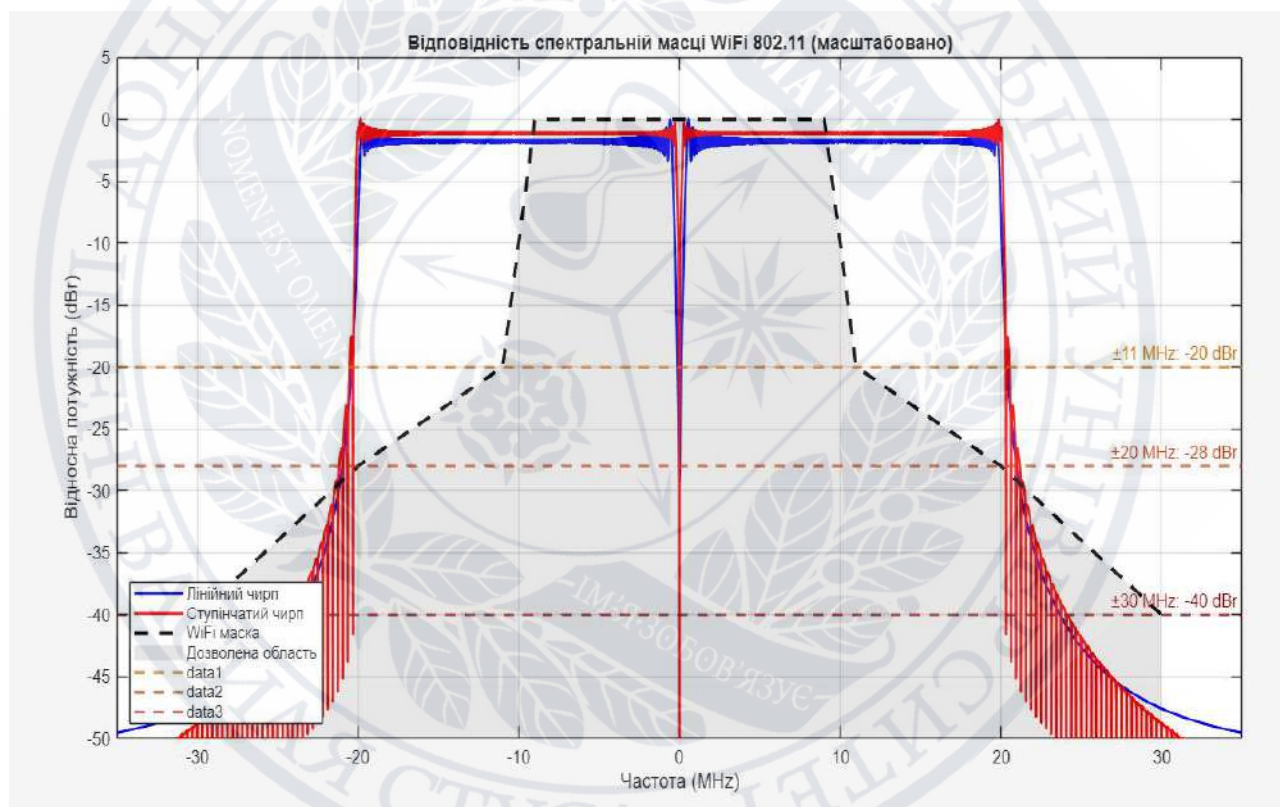


Рисунок 3.4 – Невідповідність чирп-сигналів спектральній масці Wi-Fi стандарту

Використання віконної функції Hann не допомогло усунути дану проблему, а лише погіршило – основна смуга сильно зменшилася, а між сегментами сигналу почали утворюватися провали. Тому використання такого сигналу у Wi-Fi роутерах спричинить витoki спектру, міжканальну інтерференцію та падіння швидкості передачі даних.

3.3 Інтеграція ступінчатого чирпа в OFDM-систему

Схема модуляції OFDM Wi-Fi трансмітера передбачає мапінг бітів у символи констеляції, розбиття каналу на тони за допомогою IFFT, додавання циклічного префіксу тощо – теоретично можливо чирп-сигнал також розбити на тони за допомогою IFFT, таким чином він буде інкапсульований у OFDM-символ, однак це не має жодного сенсу, оскільки тоді чирп втрачає свої властивості, такі як завадостійкість та дальність передачі даних. Крім того, такий сигнал буде представлений як величезна кількість відліків, з яких IFFT розпізнає лише перші 64, обрізавши решту сигналу безповоротно, що робить неможливим повноцінну інкапсуляцію без серйозної модифікації апаратної частини трансмітера.

Якщо спробувати інтегрувати власне сам чирп, щоб зберегти його властивості, то це неодмінно означає усунення чи заміну складових компонентів OFDM середовища, що вже не можна буде назвати Wi-Fi трансмітером.

3.4 Висновки до розділу 3

Аналіз отриманих результатів показав значно кращу подібність сигналу з фіксованою тривалістю ступенів до лінійного сигналу, ніж сигналу з фіксованою кількістю періодів на ступінь. При аналізі сигналу на відповідність спектральній масці Wi-Fi було виявлено що рівень бічних гармонік значно вищий, ніж дозволено стандартом. Проаналізовано можливість інтеграції ступінчатого чирпа в Wi-Fi трансмітер.

ВИСНОВКИ

В ході виконання роботи було проаналізовано протоколи LoRa CSS та Wi-Fi, запропоновано можливі напрямки досліджень для крос-технологічної конвергенції між даними стандартами зв'язку.

Для ступінчастого апроксимованого чирпа та OFDM-чирплет було розроблено математичні моделі модуляції та демодуляції сигналів.

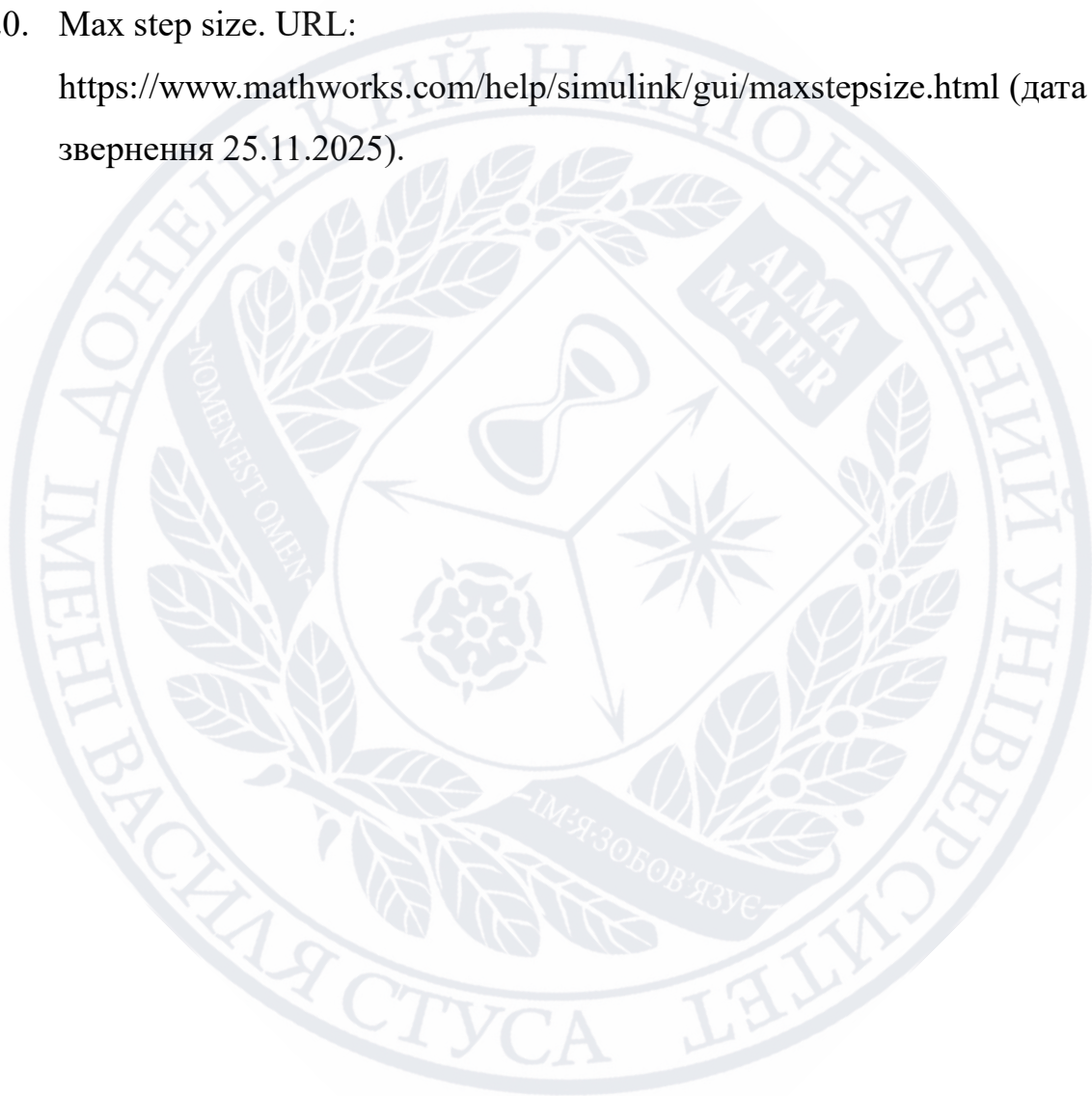
Порівняльний аналіз ЛЧМ-сигналу з ступінчастими чирпами показав можливість теоретичного використання таких сигналів, якщо відкоригувати їхні характеристики згідно з стандартами спектральної маски Wi-Fi, однак це буде скоріше генерація чирп-модульованого сигналу у частотній сітці Wi-Fi, ніж у Wi-Fi трансмітері через принципово різну філософію утворення сигналів на фізичному рівні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. IOT Devices Market Size & Share Analysis - Growth Trends & Forecasts (2025 - 2030) Source: <https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/iot-devices-market>. URL: <https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/iot-devices-market> (дата звернення 25.07.2025).
2. Bizon Franco de Almeida, Ivo & Chafii, Marwa & Nimr, Ahmad & Fettweis, Gerhard. (2021). Alternative Chirp Spread Spectrum Techniques for LPWANs. IEEE Transactions on Green Communications and Networking. PP. 1-1. 10.1109/TGCN.2021.3085477.
3. FOUCAULT, Antoine & CORNU, Cedric & Khenchaf, Ali & Comblet, Fabrice. (2020). Detection of Linear Frequency Modulation, Phase-Coded and Multicarrier Radar Waveforms in Electronic Warfare Context. 1-5. 10.1109/SSPD47486.2020.9272129.
4. Wi-Fi: Overview of the 802.11 Physical Layer and Transmitter Measurements. Режим доступу: <https://www.tek.com/en/documents/primer/wi-fi-overview-80211-physical-layer-and-transmitter-measurements>.
5. J. Tapparel. 2019. Complete Reverse Engineering of LoRa PHY. Technical Report. EPFL, Lausanne.
6. Farhad, A.; Pyun, J.-Y. Resource Management for Massive Internet of Things in IEEE 802.11ah WLAN: Potentials, Current Solutions, and Open Challenges. Sensors 2022, 22, 9509. <https://doi.org/10.3390/s22239509>.
7. Pahlavan, Kaveh & Krishnamurthy, Prashant. (2020). Evolution and Impact of Wi-Fi Technology and Applications: A Historical Perspective. International Journal of Wireless Information Networks. 28. 1-17. 10.1007/s10776-020-00501-8.
8. Di Peng, Huaqing Li, Yuwen Qin, Jianping Li, and Songnian Fu, "Robust wide-range chirp rate measurement based on a flexible photonic fractional Fourier transformer," Opt. Express 30, 7750-7762 (2022).

9. D. Gao et al., "WiLo: Long-Range Cross-Technology Communication From Wi-Fi to LoRa," in *IEEE Transactions on Communications*, vol. 73, no. 3, pp. 1677-1691, March 2025, doi: 10.1109/TCOMM.2024.3461574.
10. Ristić, Vladimir & Todorovic, Branislav & Stojanovic, Nenad. (2022). Frequency hopping spread spectrum: History, principles and applications. *Military Technical Courier*. 70. 856-876. 10.5937/vojtehg70-38342.
11. Zhang, Shuang & Liu, Feng & Huang, Yuang & Meng, Xuedong. (2021). Adaptive Detection of Direct-Sequence Spread-Spectrum Signals Based on Knowledge-Enhanced Compressive Measurements and Artificial Neural Networks. *Sensors*. 21. 2538. 10.3390/s21072538.
12. Alimi, Sheriff & Olujimi, Alao & Mumuni, Quadri. (2022). An overview of orthogonal frequency division multiplexing principles, architecture, and its application. *Global Journal of Engineering and Technology Advances*. 12. 120-130. 10.30574/gjeta.2022.12.1.0118.
13. Wi-Fi 6 OFDMA: Resource unit (RU) allocations and mappings. URL: <https://blogs.cisco.com/networking/wi-fi-6-ofdma-resource-unit-ru-allocations-and-mappings> (дата звернення 15.11.2025).
14. L. Vangelista, "Frequency Shift Chirp Modulation: The LoRa Modulation," in *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 24, no. 12, pp. 1818-1821, Dec. 2017, doi: 10.1109/LSP.2017.2762960.
15. Chiani, M., & Elzanaty, A. (2019) "On the LoRa modulation for IoT: Waveform properties and spectral analysis," *IEEE Internet Things J.*, vol. 6, no. 5, pp. 8463–8470.
16. Wilhelmi, Francesc & Barrachina-Muñoz, Sergio & Bellalta, Boris. (2019). On the Performance of the Spatial Reuse Operation in IEEE 802.11ax WLANs. 1-6. 10.1109/CSCN.2019.8931315.
17. X. Ouyang and J. Zhao, "Orthogonal Chirp Division Multiplexing," in *IEEE Transactions on Communications*, vol. 64, no. 9, pp. 3946-3957, Sept. 2016, doi: 10.1109/TCOMM.2016.2594792.

18. Li, M.; Wang, W. Phase Noise Effects on OFDM Chirp Communication Systems: Characteristics and Compensation. *Information* **2024**, *15*, 221. <https://doi.org/10.3390/info15040221>.
19. Chafii, Marwa & Fettweis, Gerhard. (2019). Low-Complexity Iterative Receiver for Orthogonal Chirp Division Multiplexing. 10.48550/arXiv.1903.08070.
20. Max step size. URL: <https://www.mathworks.com/help/simulink/gui/maxstepsize.html> (дата звернення 25.11.2025).



ДОДАТОК А

compare_signals.m

```
N_steps = 64;
T_step = 0.0032;
T_total = N_steps * T_step;

f_start = 312.5;
f_end = 20000;
f_spacing = (f_end - f_start) / (N_steps - 1);

fs = 1/2.5e-6;

% Обробка різних типів даних з Simulink
if isa(signal_linear, 'Simulink.SimulationData.Dataset')
    sig_linear = signal_linear.getElement(1).Values.Data;
    sig_step = signal_step.getElement(1).Values.Data;
elseif isa(signal_linear, 'timeseries')
    sig_linear = signal_linear.Data;
    sig_step = signal_step.Data;
else
    sig_linear = signal_linear;
    sig_step = signal_step;
end

sig_linear = double(squeeze(sig_linear(:)));
sig_step = double(squeeze(sig_step(:)));

%% FFT аналіз
N = length(sig_step);
fft_linear = fft(sig_linear, N);
fft_step = fft(sig_step, N);
freq = (-N/2:N/2-1)*(fs/N);

%% PSD в dB
psd_linear = 10*log10(abs(fftshift(fft_linear)).^2);
psd_step = 10*log10(abs(fftshift(fft_step)).^2);

%% Побудова графіків
```

```
figure('Position', [100, 100, 1200, 800]);
```

```
% Часовий домен
```

```
subplot(2,2,1);
```

```
plot(sig_linear);
```

```
title('Лінійний чирп - час');
```

```
xlabel('Відліки');
```

```
ylabel('Амплітуда');
```

```
grid on;
```

```
subplot(2,2,2);
```

```
plot(sig_step);
```

```
title('Ступінчастий чирп - час');
```

```
xlabel('Відліки');
```

```
ylabel('Амплітуда');
```

```
grid on;
```

```
% Частотний домен
```

```
subplot(2,2,3);
```

```
plot(freq/1e3, psd_linear);
```

```
title('Спектр лінійного чирпа');
```

```
xlabel('Частота (kHz)');
```

```
ylabel('PSD (dB)');
```

```
grid on;
```

```
xlim([0, 25]);
```

```
subplot(2,2,4);
```

```
plot(freq/1e3, psd_step);
```

```
title('Спектр ступінчастого чирпа');
```

```
xlabel('Частота (kHz)');
```

```
ylabel('PSD (dB)');
```

```
grid on;
```

```
xlim([0, 25]);
```

```
%% Порівняння спектрів
```

```
figure('Position', [100, 100, 1000, 600]);
```

```
plot(freq/1e3, psd_linear, 'b', 'LineWidth', 1.5); hold on;
```

```
plot(freq/1e3, psd_step, 'r', 'LineWidth', 1.5);
```

```
title('Порівняння спектрів');
```

```
xlabel('Частота (kHz)');
```

```
ylabel('PSD (dB)');
```



```

legend('Лінійний чирп', 'Ступінчатий чирп');
grid on;
xlim([0, 25]);

%% Аналіз метрик
fprintf('=== АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ===\n\n');

peak_linear = max(psd_linear);
peak_step = max(psd_step);

idx_3db_linear = find(psd_linear >= peak_linear - 3);
idx_3db_step = find(psd_step >= peak_step - 3);

bw_linear = freq(idx_3db_linear(end)) - freq(idx_3db_linear(1));
bw_step = freq(idx_3db_step(end)) - freq(idx_3db_step(1));

fprintf('Ширина смуги (-3dB):\n');
fprintf(' Лінійний чирп: %.2f kHz\n', bw_linear/1e3);
fprintf(' Ступінчатий чирп: %.2f kHz\n\n', bw_step/1e3);

papr_linear = 10*log10(max(abs(sig_linear).^2) / mean(abs(sig_linear).^2));
papr_step = 10*log10(max(abs(sig_step).^2) / mean(abs(sig_step).^2));

fprintf('PAPR (Peak-to-Average Power Ratio):\n');
fprintf(' Лінійний чирп: %.2f dB\n', papr_linear);
fprintf(' Ступінчатий чирп: %.2f dB\n\n', papr_step);

fft_linear_shifted = fftshift(fft_linear);
fft_step_shifted = fftshift(fft_step);

total_power_linear = sum(abs(fft_linear_shifted).^2);
total_power_step = sum(abs(fft_step_shifted).^2);

main_lobe_power_linear = sum(abs(fft_linear_shifted(idx_3db_linear)).^2);
main_lobe_power_step = sum(abs(fft_step_shifted(idx_3db_step)).^2);

eff_linear = 100 * main_lobe_power_linear / total_power_linear;
eff_step = 100 * main_lobe_power_step / total_power_step;

fprintf('Спектральна ефективність (потужність у -3dB смузі):\n');
fprintf(' Лінійний чирп: %.2f%%\n', eff_linear);

```

```
fprintf(' Ступінчатий чирп: %.2f%%\n\n', eff_step);
```

```
fprintf('Детальна інформація:\n');
```

```
fprintf(' Точок у -3dB смузі: %d (лінійний), %d (ступінчатий)\n', ...
```

```
length(idx_3db_linear), length(idx_3db_step));
```

```
fprintf(' Відношення до загальної кількості: %.2f%%, %.2f%%\n', ...
```

```
100*length(idx_3db_linear)/N, 100*length(idx_3db_step)/N);
```

```
% 4. Бокові пелюстки
```

```
psd_linear_norm = psd_linear - peak_linear;
```

```
psd_step_norm = psd_step - peak_step;
```

```
outside_main_linear = psd_linear_norm < -3;
```

```
outside_main_step = psd_step_norm < -3;
```

```
if any(outside_main_linear)
```

```
max_sidelobe_linear = max(psd_linear_norm(outside_main_linear));
```

```
fprintf('Максимальний рівень бокової пелюстки:\n');
```

```
fprintf(' Лінійний чирп: %.2f dB (відносно піку)\n', max_sidelobe_linear);
```

```
else
```

```
fprintf('Бокові пелюстки лінійного чирпа < -3 dB\n');
```

```
end
```

```
if any(outside_main_step)
```

```
max_sidelobe_step = max(psd_step_norm(outside_main_step));
```

```
fprintf(' Ступінчатий чирп: %.2f dB (відносно піку)\n\n', max_sidelobe_step);
```

```
else
```

```
fprintf('Бокові пелюстки ступінчатого чирпа < -3 dB\n\n');
```

```
end
```

ДОДАТОК Б

Wifi_mask.m

```

N_steps = 64;
T_step = 0.0032;
T_total = N_steps * T_step;

f_start = 312.5;
f_end = 20000;
f_spacing = (f_end - f_start) / (N_steps - 1);

fs = 1/2.5e-6;

if isa(signal_linear, 'Simulink.SimulationData.Dataset')
    sig_linear = signal_linear.getElement(1).Values.Data;
    sig_step = signal_step.getElement(1).Values.Data;
elseif isa(signal_linear, 'timeseries')
    sig_linear = signal_linear.Data;
    sig_step = signal_step.Data;
else
    sig_linear = signal_linear;
    sig_step = signal_step;
end

sig_linear = double(squeeze(sig_linear(:)));
sig_step = double(squeeze(sig_step(:)));

%% Спектральний аналіз (швидкий)
N = length(sig_step);
fft_linear = fft(sig_linear, N);
fft_step = fft(sig_step, N);
freq = (-N/2:N/2-1)*(fs/N);

% PSD в dB
psd_linear = 10*log10(abs(fftshift(fft_linear)).^2);
psd_step = 10*log10(abs(fftshift(fft_step)).^2);

```



```

% Ширина смуги (-3dB)
peak_linear = max(psd_linear);
peak_step = max(psd_step);

idx_3db_linear = find(psd_linear >= peak_linear - 3);
idx_3db_step = find(psd_step >= peak_step - 3);

bw_linear = freq(idx_3db_linear(end)) - freq(idx_3db_linear(1));
bw_step = freq(idx_3db_step(end)) - freq(idx_3db_step(1));

% Бокові пелюстки
psd_linear_norm = psd_linear - peak_linear;
psd_step_norm = psd_step - peak_step;

outside_main_linear = psd_linear_norm < -3;
outside_main_step = psd_step_norm < -3;

if any(outside_main_linear)
    max_sidelobe_linear = max(psd_linear_norm(outside_main_linear));
else
    max_sidelobe_linear = -Inf;
end

if any(outside_main_step)
    max_sidelobe_step = max(psd_step_norm(outside_main_step));
else
    max_sidelobe_step = -Inf;
end

baseband_bw = 20e3;
wifi_channel_bw = 20e6;

scale_factor = wifi_channel_bw / baseband_bw;

fprintf('Baseband сигнал: 0-%.0f kHz\n', baseband_bw/1e3);
fprintf('WiFi 20 MHz канал: 0-%.0f MHz\n', wifi_channel_bw/1e6);
fprintf('Коефіцієнт масштабування: %.0f×\n\n', scale_factor);

bw_linear_scaled = bw_linear * scale_factor;
bw_step_scaled = bw_step * scale_factor;

```

```

fprintf('Масштабована ширина смуги (-3dB):\n');
fprintf(' Лінійний чирп:  %.2f kHz → %.2f MHz\n', bw_linear/1e3, bw_linear_scaled/1e6);
fprintf(' Ступінчатий чирп: %.2f kHz → %.2f MHz\n\n', bw_step/1e3, bw_step_scaled/1e6);

fprintf('=== WiFi 802.11 СПЕКТРАЛЬНА МАСКА (20 MHz канал) ===\n\n');

fprintf('Вимоги до спектральної маски:\n');
fprintf(' _____\n');
fprintf(' | Частота   | Макс. рівень | Опис           |\n');
fprintf(' | _____| _____| _____|\n');
fprintf(' | ±9 MHz   | 0 dBr       | Основна смуга  |\n');
fprintf(' | ±11 MHz  | -20 dBr      | Перший поріг   |\n');
fprintf(' | ±20 MHz  | -28 dBr      | Другий поріг   |\n');
fprintf(' | ±30 MHz  | -40 dBr      | Жорсткий поріг |\n');
fprintf(' | _____| _____| _____|\n\n');

fprintf('Примітка: dBr = dB відносно максимальної потужності\n\n');

fprintf('=== РЕЗУЛЬТАТИ ПЕРЕВІРКИ ===\n\n');

fprintf('1. Основна смуга передачі (±9 MHz, всього 18 MHz):\n');
if bw_linear_scaled <= 18e6
    fprintf(' ✓ Лінійний чирп:  %.2f MHz (вкладається)\n', bw_linear_scaled/1e6);
else
    fprintf(' ✗ Лінійний чирп:  %.2f MHz (ПЕРЕВИЩУЄ на %.2f MHz)\n', ...
        bw_linear_scaled/1e6, (bw_linear_scaled-18e6)/1e6);
end

if bw_step_scaled <= 18e6
    fprintf(' ✓ Ступінчатий чирп: %.2f MHz (вкладається)\n', bw_step_scaled/1e6);
else
    fprintf(' ✗ Ступінчатий чирп: %.2f MHz (ПЕРЕВИЩУЄ на %.2f MHz)\n', ...
        bw_step_scaled/1e6, (bw_step_scaled-18e6)/1e6);
end

fprintf('2. Придушення бокових пелюсток (вимога: < -20 dBr при ±11 MHz):\n');
if max_sidelobe_linear <= -20
    fprintf(' ✓ Лінійний чирп:  %.2f dB (відповідає вимогам)\n', max_sidelobe_linear);
else

```

```

fprintf(' X Лінійний чирп: %.2f dB (НЕ відповідає, потрібно < -20 dB)\n', max_sidelobe_linear);
end

if max_sidelobe_step <= -20
    fprintf(' ✓ Ступінчатий чирп: %.2f dB (відповідає вимогам)\n\n', max_sidelobe_step);
else
    fprintf(' X Ступінчатий чирп: %.2f dB (НЕ відповідає, потрібно < -20 dB)\n\n', max_sidelobe_step);
end

fprintf('== Підсумкова оцінка ==\n\n');

% Лінійний чирп
linear_passed = (bw_linear_scaled <= 18e6) && (max_sidelobe_linear <= -20);
fprintf('Лінійний чирп: ');
if linear_passed
    fprintf('✓ ВІДПОВІДАЄ WiFi вимогам\n');
else
    fprintf('X НЕ відповідає WiFi вимогам\n');
end

% Ступінчатий чирп
step_passed = (bw_step_scaled <= 18e6) && (max_sidelobe_step <= -20);
fprintf('Ступінчатий чирп: ');
if step_passed
    fprintf('✓ ВІДПОВІДАЄ WiFi вимогам\n\n');
else
    fprintf('X НЕ відповідає WiFi вимогам\n\n');
end

%% Візуалізація маски
figure('Position', [100, 100, 1200, 600]);

freq_scaled = freq * scale_factor / 1e6;

mask_freq_positive = [0, 9, 11, 20, 30];
mask_level = [0, 0, -20, -28, -40];
mask_freq = [-flip(mask_freq_positive), mask_freq_positive];
mask_db = [flip(mask_level), mask_level];

psd_linear_scaled = psd_linear - peak_linear;

```



```

psd_step_scaled = psd_step - peak_step;

% Графік
plot(freq_scaled, psd_linear_scaled, 'b', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'Лінійний чирп'); hold on;
plot(freq_scaled, psd_step_scaled, 'r', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'Ступінчатий чирп');
plot(mask_freq, mask_db, 'k--', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'WiFi маска');

% Заповнення області маски
fill([mask_freq, flip(mask_freq)], [mask_db, ones(size(mask_db))*min(psd_linear_scaled)], ...
    'k', 'FaceAlpha', 0.1, 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName', 'Дозволена область');

xlabel('Частота (MHz)');
ylabel('Відносна потужність (dBr)');
title('Відповідність спектральній масці WiFi 802.11 (масштабовано)');
legend('Location', 'southwest');
grid on;
xlim([-35, 35]);
ylim([-50, 5]);

yline(-20, '--', 'LineWidth', 1.5, 'Color', [0.8 0.4 0], 'Label', '±11 MHz: -20 dBr');
yline(-28, '--', 'LineWidth', 1.5, 'Color', [0.8 0.2 0], 'Label', '±20 MHz: -28 dBr');
yline(-40, '--', 'LineWidth', 1.5, 'Color', [0.6 0 0], 'Label', '±30 MHz: -40 dBr');

fprintf('=====\n');

```